

1. 简答题: (每题 6 分)

- (1) A 大, (3分)
 p - V 图中绝热线比等温线陡。同初态到同压强末态, 绝热气泡体积小。(3分)
- (2) 不是; (3分)
例如理想气体的自由膨胀, 绝热, 但熵发生改变。(3分)
- (3) 水蒸发减小溶液中盐的有效体积, 使盐的熵减小; 而体系总沿熵增方向演化, 蒸发不利于盐的熵增加。竞争的结果是盐水沸点温度比纯水略高。(6分)
- (4) 在等温过程吸热, 过程慢, 输出功率受限制。
或
实际的等温吸热常为液体蒸发, 气液混合物推动涡轮做功, 易腐蚀。(6分)
- (5) 单调上升 (3分)
上凸曲线, (3分)
因为 $\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_T = V > 0$, 且 $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T < 0$
- (6) 理想玻色气体的玻色凝聚为化学势二阶偏导连续的相变。(6分)
- (7) $\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_T = V \implies V$ 小的相可等温加压得到。故液态的摩尔体积小 (3分)
由 $dp/dT = \Delta S/\Delta V \implies$ 斜率为负, 故液态的摩尔熵大 (3分)
- (8) 爱因斯坦固体中所有振动均为相同频率, 低温时所有振动同时被冻结, 导致比热比实验更快趋于 0(指数衰减)。(6分)
实际固体因存在相互作用, 低温时只是部分振动模式先被冻结, 比热较慢趋于 0 (T^3)。
- (9) $T < T_c$ 时发生玻色凝聚, 固定温度而添加的粒子将占据基态 (动量很小), 对压强无贡献。(6分)
- (10) 二维: $g(\epsilon) = \frac{2\pi\epsilon A}{c^2 h^2}$ 三维: $g(\epsilon) = \frac{4\pi\epsilon^2 V}{c^3 h^3}$ 两个式子 (3分) + (3分)
- (11) $C = \gamma T + \alpha T^3$ (2分)
线性项为金属中导带电子的贡献 (2分)
立方项为晶格振动的贡献 (2分)

2. (10分 × 2)

(1) 费米能级: $\epsilon_F = \frac{h^2 n_{\max}^2}{8mL^2}$ (4分)

n 维球体积: $V_s \sim n_{\max}^n \implies N \sim n_{\max}^n$ (4分)

$\epsilon_F \sim (N/V)^{2/n}$ (2分)

(2) 玻色凝聚温度有右式确定: $N = \int_0^\infty \frac{\omega_s g(\epsilon) d\epsilon}{e^{\epsilon/kT} - 1}$ (3分)

态密度: $g(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2\pi m}{h^2}\right)^{3/2} V \sqrt{\epsilon}$ (1分)

$\omega_s = 2s + 1$ (1分)

$N \sim \omega_s \left(\frac{mkT}{h^2}\right)^{3/2} V \implies kT_c \sim \frac{1}{m} \left(\frac{N}{\omega_s V}\right)^{2/3}$ (3分)

$m_1 N_1/V = m_2 N_2/V \implies N_2/V = N_1/V$ (1分)

$T_{c1}/T_{c2} = 3^{2/3}$ (1分)

3. (16分) $C_{\mathcal{H}} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\mathcal{H}}$, $C_M = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_M$ (4分)

$C_{\mathcal{H}} - C_M = T \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\mathcal{H}} - \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_M \right] = T \left(\frac{\partial S}{\partial M}\right)_T \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_{\mathcal{H}}$ (3分)

由 Maxwell 关系: $\left(\frac{\partial S}{\partial M}\right)_T = - \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial T}\right)_M$ (4分)

$M = \frac{C}{T} \mathcal{H} \implies \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial T}\right)_M = \frac{M}{C}$, $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_{\mathcal{H}} = -\frac{C}{T^2} \mathcal{H}$ (2分) + (2分)

整理: $C_{\mathcal{H}} - C_M = \frac{M\mathcal{H}}{T}$ (1分)

4. (18分) $T = 0 \text{ K}$ 时, $H = G + TS = G$ (3分)

因此: $G = N\mu = 2a^2 > 0 \implies \mu > 0$ (2分)

对玻色子, $\mu < \epsilon_0 = 0$, 因此体系为费米子体系。 (5分)

对费米子, 在 $T = 0 \text{ K}$ 时, 每个单粒子态占据一个粒子。 (4分)

因此, 基态粒子数为 ω (4分)