

1. 简答题: (每题 6 分)

(1) A 是等温线, (3分)

因为 p - V 图中绝热线比等温线陡 或

从等温 $pV = \text{const.}$, 绝热 $pV^\gamma = \text{const.}$, $\gamma > 1$ 加以解释。 (3分)

(2) 缓慢推进, 各粒子仍然处在原来的状态, 故配容数、熵不变; (3分)

突然推进, 粒子会跃迁到其他状态, 配容数、熵也就发生改变。 (3分)

(3) 所需电功 W , 从室外吸热 Q , $W + Q = \alpha(T_1 - T_2)$, (2分)

$$\eta = \frac{W}{W + Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (2分)$$

$$\text{故: } W'/W = \frac{T_1}{T_1'} \frac{(T_1' - T_2)^2}{(T_1 - T_2)^2} \approx 2.6 \quad (2分)$$

(4) 单调下降 (3分)

上凸曲线,

因为 $\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_p = -S < 0$, 且 $c_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p > 0$ (3分)

(5) $\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_T = V \implies V$ 小的相可等温加压得到。故固态摩尔体积小 (3分)

由 $dp/dT = \Delta S/\Delta V \implies$ 斜率为负, 故固态摩尔熵大 (3分)

(只写出 $dp/dT = \Delta S/\Delta V$ 得2分)

(6) 三维自由电子气: $C \sim T$ (2分)

光子气: $C \sim T^3$ (2分)

理想玻色气体: $C \sim T^{3/2}$ (2分)

(7) 固体中的声子模式数目是有限的, (6分)

因为声子波长不应小于两倍原子间距。

(8) 二维: $g(\epsilon) = \omega \frac{2\pi mA}{h^2}$; 三维: $g(\epsilon) = \omega \frac{2\pi(2m)^{3/2}V\sqrt{\epsilon}}{h^3}$ (3分) + (3分)

(9) 铜中声速最大 (6分)

因为比热 $C \propto \left(\frac{T}{T_D}\right)^3$, $T_D \propto c_s \implies C \propto c_s^{-3} T^3$, 声速最大者对应于图中斜率最小。

(10) $H = G + TS$, $U = G - pV + TS$, $F = G - pV$ (只写出这些式子得2分)

一类相变: S, V 不连续, 故 H, U, F 不连续。 (3分)

二类相变, S, V 连续, 故 H, U, F 连续。 (3分)

(11) 结冰减小溶液中盐的有效体积, 使盐的熵减小; 而体系总沿熵增方向演化, 结冰不利于盐的熵增加。竞争的结果是盐水结冰温度比纯水略低。(6分)

2. (10分 × 2)

(1) n 维中光子态密度: $g(\epsilon)d\epsilon \sim p^{n-1}dp \sim \epsilon^{n-1}d\epsilon$, (4分)

$$U/V = \int_0^\infty \frac{\epsilon g(\epsilon) d\epsilon}{e^{\epsilon/kT} - 1} \quad (4分)$$

$$U/V \sim T^{n+1} \int_0^\infty \frac{x^n dx}{e^x - 1} \quad (2分)$$

(给出 $U/V \sim T^4$ 得4分, 猜出 T^{n+1} 得3分)

(2) $\epsilon_F = \frac{h^2 n_{\max}^2}{8mL^2}$ (2分)

$$N = \omega_s \frac{1}{8} 4\pi 3n_{\max}^3 \quad (2分)$$

$$\omega_s = 2s + 1 \quad (1分)$$

$$\epsilon_F \sim \frac{1}{m} \left(\frac{N}{V\omega_s} \right)^{2/3} \quad (3分)$$

$$m_1 N_1/V = m_2 N_2/V \implies N_2/V = 4N_1/V \quad (1分)$$

$$\epsilon_{F1}/\epsilon_{F2} = 1/16 \quad (1分)$$

(没考虑 ω_s 扣2分, 没考虑 $N_1/N_2 \neq 1$ 扣2分)

3. (16分) 对任意态, 配分函数: $\mathcal{Z} = 1 + e^{-(\epsilon-\mu)/kT} + e^{-2(\epsilon-\mu)/kT}$ (8分)

$$\text{平均粒子数, } \bar{n} = kT \frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial \mu} = -\frac{1}{\mathcal{Z}} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial x} \quad (4分)$$

$$\bar{n} = \frac{e^{-x} + 2e^{-2x}}{1 + e^{-x} + e^{-2x}}, \quad x = (\epsilon - \mu)/kT \quad (4分)$$

4. (18分) 对一般顺磁体, 磁矩可“随意”反转, 不受 Pauli 不相容原理的限制。

对简并电子气, 大部分态已被占据, 故电子磁矩不能“随意”转向。费米能级附近才有空态, 因此仅有一小部分电子的磁矩可“随意”转向, 故低温磁化率会远小于一般的理想顺磁体。 (8分)

热运动导致无序, 因此温度升高, 体系的磁矩应减小, 故 $\alpha < 0$ (3分)

低温下体系能量相对于零温的增量 ΔU 正比于 $(kT)^2$, 故 $U = U_0 + \gamma(kT)^2$ (3分)

但 ΔU 应包括磁化能, 因此, $(\Delta M)B \propto (kT)^2 \implies \Delta M/M_0 \propto (kT)^2$ (2分)

量纲差别, 猜测: $\Delta M/M_0 \propto (kT/\epsilon_F)^2 \implies f(T) = (kT/\epsilon_F)^2$ (2分)