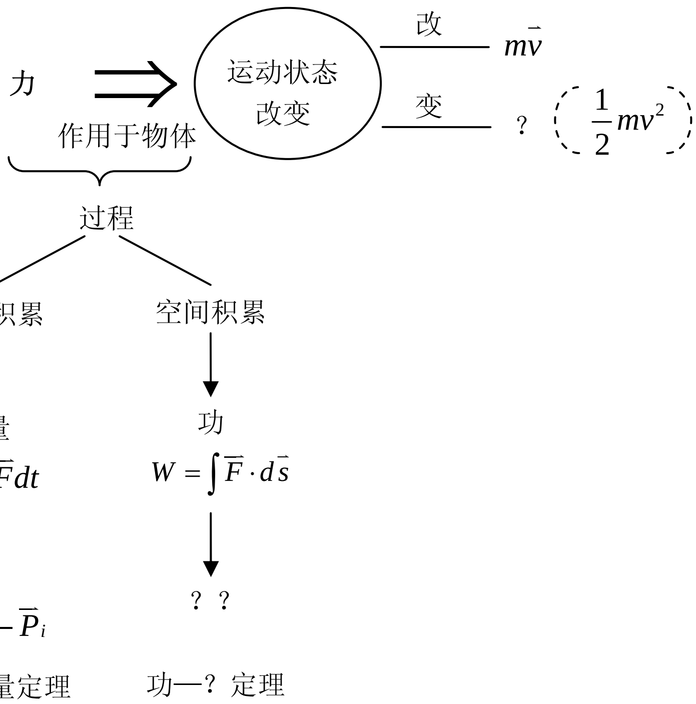
10 月 24 日　第 14 次课 （功，动能，功--能定理）

上次课主要介绍： 1)　进动
2)　章动
3)　二自由罗盘

的物理机制机制 $\longrightarrow$ “惯性”力

思考问题：4)　付科摆　　的物理机制？

动能与功能定理



牛顿定律：$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \longrightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} \cdot d\vec{S} = \vec{F} \cdot d\vec{S}$

$$d\left(m\vec{v}\right) \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{v} \cdot m d\vec{v} = \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

$$m\int \vec{v} \cdot d\vec{v} = \int \vec{F} \cdot d\vec{S} = W$$

$$\frac{1}{2} m \int_{v_i}^{v_f} dv^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = W$$

动能：$K = \frac{1}{2}mv^2$　　$W = K_f - K_i$

功—能定理

恒力做功的功率：

平均功率：$P_{av} = \dfrac{W}{t}$

瞬时功率：$P = \dfrac{dW}{dt} = \overline{F} \cdot \dfrac{d\overline{S}}{dt} = \overline{F} \cdot \vec{v}$ ← 举例

“泰山挑夫”

“汽车经济时速”

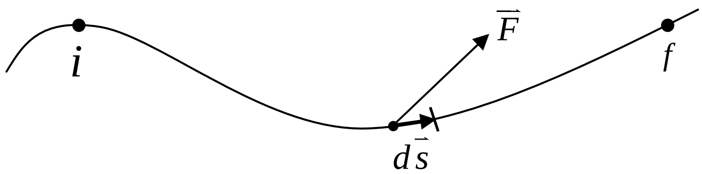
阿基米德的名言

讨论

单位时间能做多少功

估算他要跑的路程和时间

变力做功：



$$dW = \overline{F} \cdot d\overline{S}$$

$$W = \int_i^f \overline{F} \cdot d\overline{S}$$

举例：弹簧力做功 $W = \int_{x_i}^{x_f} F dx = -\int_{x_i}^{x_f} -kx dx = -\left(\dfrac{1}{2}kx_f^2 - \dfrac{1}{2}kx_i^2\right)$

W 与 $\left\{ \begin{array}{l} \overline{F} \quad 力 \\ \\ \overline{S} \quad 位移 \end{array} \right\}$ 有关，它起源于 18 世纪蒸汽机的发明

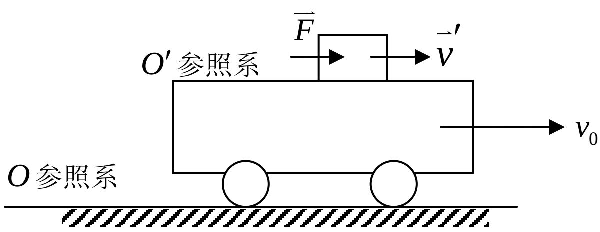
当时工程师需要一个比较蒸汽机效率（及功率）的办法（看谁做得好？）。在实践中大家逐渐同意用蒸汽机举起重物的重量和行程之积来度量机器的输出能力——就是功。

历史上：“死力” $\longrightarrow mv$

“活力” $\longrightarrow mv^2 \xrightarrow{\text{更确切}}$ 动能 $\dfrac{1}{2}mv^2$

功能定理源于牛顿第二定律，因而它在所有惯性系中都成立

证明 O' 参照系（v_0 速率相对固定参照系 O 匀速运动）功能定理成立，则 O 参照系中功能定理也成立



证明：

	力	作用时间	位移	功	初速	末速	$K_f - K_i$
O'参照系	F	t	S'	$W' = FS'$	$v_i' = 0$	$v_f' = v'$	$\frac{1}{2}mv'^2$
O参照系	F	t	$S = S' + v_0 t$	$W = FS$	$v_i = v_0$	$v_f = v_0 + v'$	$\frac{1}{2}mv'^2 + mv'v_0$

若O'参照系中功—能定理成立：$W' = FS' = \frac{1}{2}mv'^2$

则在O参照系，力F做的功：$W = FS = F\left(S' + v_0 t\right)$

$$= FS' + Ftv_0$$

$$= \frac{1}{2}mv'^2 + mv'v_0$$

$FS' = \frac{1}{2}mv'^2$

Ft 为冲量， $Ft = mv'$

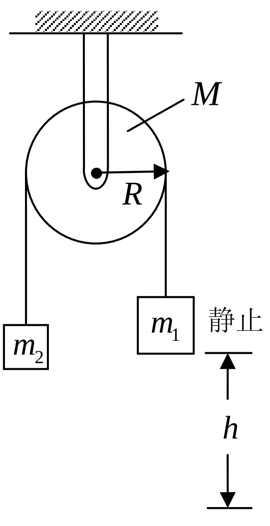
$$K_f - K_i = \frac{1}{2}mv'^2 + mv'v_0 \quad Ft = mv'$$

$W = K_f - K_i$ O参照系中功—能定理也成立

定轴转动的功与转动能：$\begin{cases} W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau_z d\theta \\ K = \frac{1}{2}I\omega^2 \end{cases}$

例题：绳与滑轮无相对滑动，$m_1 > m_2$

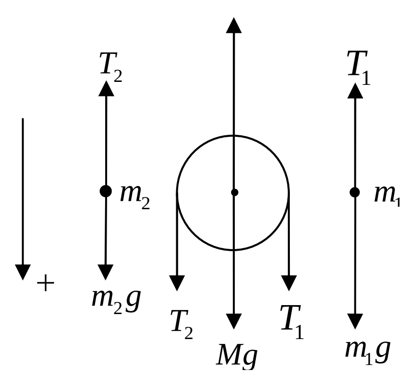
问：m_1下降了h距离时，它的下降速率v



1) 研究系统 m_1、m_2、M
2) 隔离图
3) 坐标系力的分解

↓

牛顿定律



解：　用功能定理

$$\left(m_1 g - T_1\right)h = \frac{1}{2}m_1 v^2 \qquad (1)$$

$$\left(m_2 g - T_2\right)\left(-h\right) = \frac{1}{2}m_2 v^2 \qquad (2)$$

$$\int_0^{\theta} \tau d\theta' = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (3)$$

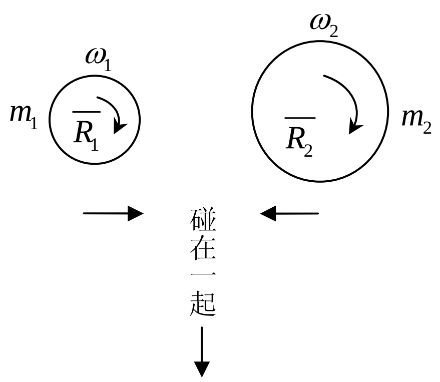
$$\int_0^{\theta} \left(T_1 - T_2\right)R d\theta' = \left(T_1 - T_2\right)\underbrace{R\theta}_{h} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$R\omega = v \qquad I = \frac{1}{2}MR^2$$

$$\left(T_1 - T_2\right)h = \frac{1}{4}Mv \qquad (3)$$

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}\right)}$$

思考：



两个转盘系统外力矩为零，
为什么角动量不守恒？