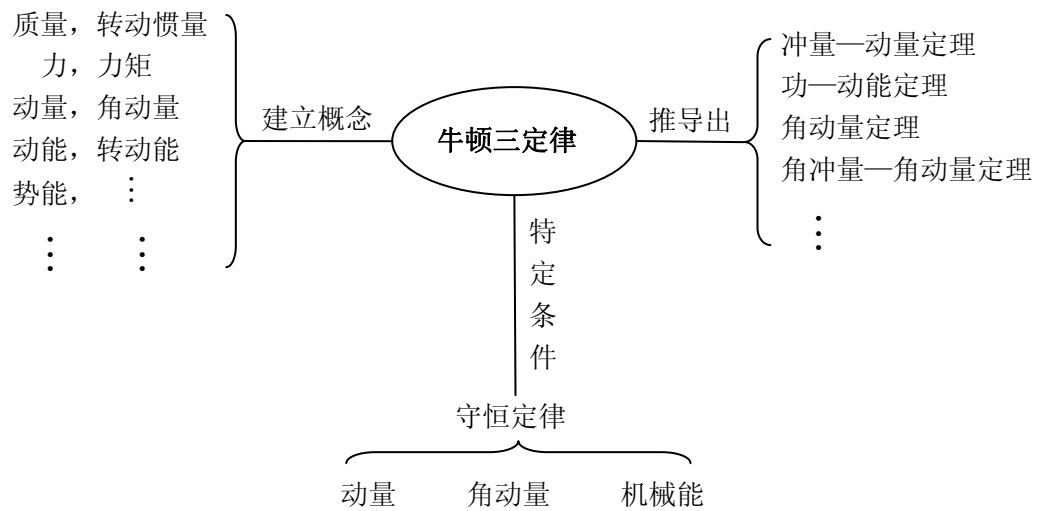


## Chapter 14 Gravitation

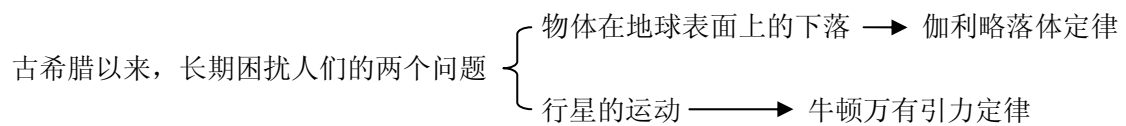
回顾前面十几章的主要内容



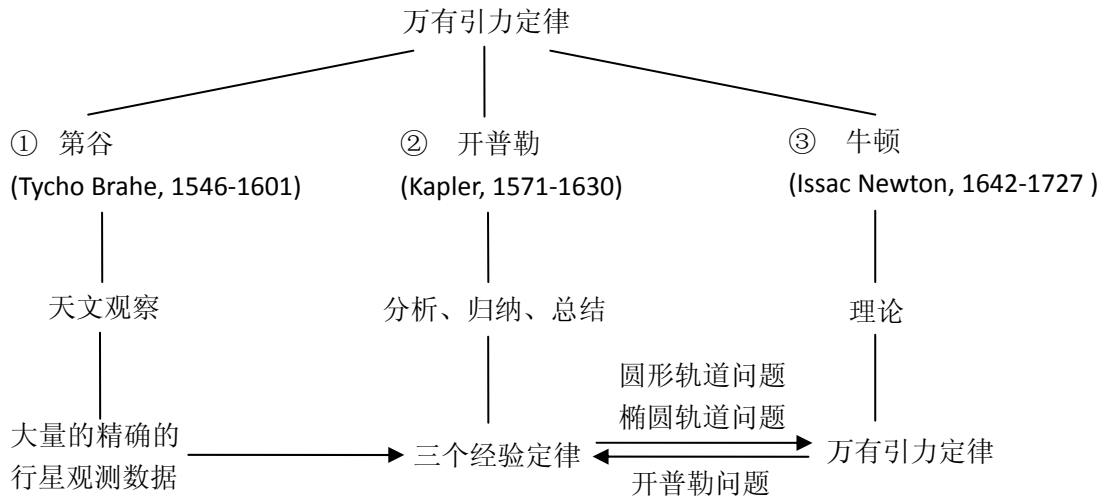
牛顿力学发展顶峰 —— 万有引力定律的发现

《自然哲学之数学原理》牛顿

影响人类历史进程和文明的巨著  
(社会进步和伟大创新的典范)



## 三个重要的历史人物



① **第谷**：在丹麦国王的支持下，建造了当时世界最大最精密的天象观测装置，主要测量（对准某星体）方位角。精度从当时  $10'$  ( $0.33^\circ$ ) 提高到  $2'$  ( $0.066^\circ$ )。几十年获得了大量的精确的行星测量数据(共 777 个星)。他临终前对开普勒的最后一句话：“不要让我被人看起来像白活了一场”。

② **开普勒**：哥白尼日心说的忠实维护者，在一生艰苦的生活环境下以及完成日心学说体系的终生愿望驱动下他为此贡献一生的精力，完成流芳百世的开普勒三定律。

- 开普勒三定律**：
- 1) 轨道定律：行星的轨道是一个椭圆，太阳位于椭圆的一个焦点
  - 2) 面积定律：矢径在相同的时间扫过了相同的面积
  - 3) 周期定律： $T^2/a^3 = \text{常数}$   $T$  为周期， $a$  为椭圆长半轴  
或“和谐定律”

三个定律的发现，开普勒花了近 20 年的时间，第一、二定律的发现是从他利用第谷的观测数据尝试确定火星轨道开始的。

### 如何确定火星的轨道??

当我们要确定一个不能到达的目标点  $B$  时，我们如何测量？

↓

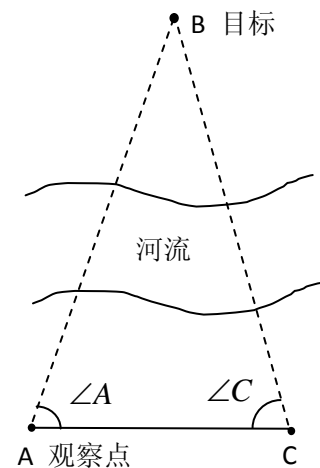
如图在我们所能到达的区域选择两个观察点  $A$  和  $C$ ， $AC$  线段距离已知，构成我们确定  $B$  点的“基线”。

↓

当用角分仪确定了  $\angle A$  和  $\angle C$  后，自然我们利用三角关系可以确定  $B$  目标的位置。

↓

关键点：“基线”的确定

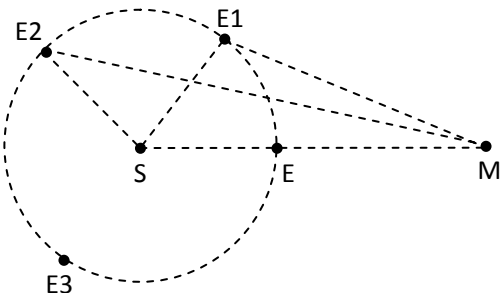


同样在确定火星等的轨道时，我们要首先选择这一“基线”，但由于我们所有测量都是在运动的地球上测得，因此首先要确定地球的轨道。

**a) 地球轨道的确定：**

“基线”的两点，一点太阳 S，另一点火星 M（是在太阳、地球和火星连成一线时确定 M，如图）

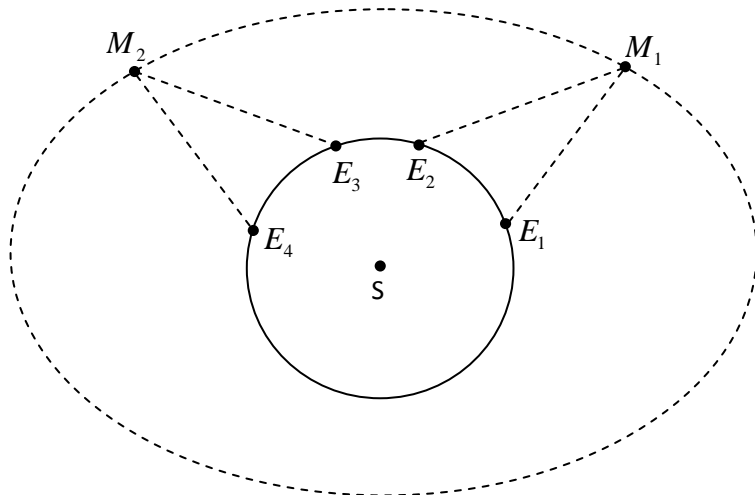
每一个火星年(1.88 年)，火星都会回到 M 的位置，但地球处于不同的  $E_1, E_2, E_3, \dots$  位置，由于 SM 距离已知，故  $E_1, E_2, E_3, \dots$  等点构成了地球的轨道。



地球轨道确定后，开普勒发现太阳并不位于地球圆形轨道的中心。这时他发现传统行星绕太阳匀速圆周运动的图像无法解释偏心圆的轨道。同时，他发现在近日点和远日点地球的速率不同，与到太阳的距离成反比，由此他进而发现开普勒第二定律。

**b) 确定火星轨道**

由于地球轨道的确定，“基线”选择在地球的轨道上。在相隔一个火星年，地球处在两个不同的轨道位置上（如  $E_1$  和  $E_2$ ），而火星处在同一轨道位置（如  $M_1$ ），如图所示：



在多年数据中，确定了 10 个火星轨道位置，这时他发现太阳偏离轨道中心更远，他用偏心圆的轨道所计算出的方位角与实测的方位角最大有  $8'$  的误差，但他尝试用卵形线轨道，发现在同一经度所计算得数据误差的大小正好与偏心圆轨道所得误差的大小相等，但误差符号相反。⇒ 尝试介于偏心圆和卵形线之间椭圆轨道，误差消除。⇒ 椭圆轨道(第一定律)

**c) 当时各大行星的周期  $T$  和平均半径  $a$  已知，详见讲义**

他又用了十余年，终于发现了  $T^2 \propto a^3$ ，这是他称之为和谐定律。

③ 牛顿：

提出了天上的月亮和地上的苹果是否受到的同一个力——地球引力。

他利用他推导的“离心力”公式  $F = m \frac{v^2}{r}$  + 开普勒第三定律  $\Rightarrow F \propto \frac{1}{r^2}$



当时还不知道向心力公式

$$F = m \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2 \cdot \frac{1}{r} = \frac{4\pi^2 m r}{T^2} = 4\pi^2 m \underbrace{\frac{r^3}{T^2}}_{=\text{常数}} \cdot \frac{1}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

问题：当时牛顿怎样推导出  $F = m \frac{v^2}{r}$  ？