第 11 次课 (转动问题解题步骤，单质点、质点系的角动量) 10 月 12 日

上节课介绍了：

力矩：$\vec{\tau} = \vec{r} \times \overline{F}$

转动惯量：$I = mr^2$ 或 $I = \int r^2 dm$

牛顿第二定律转动形式：$\sum \vec{\tau}_{ext} = I\overline{\alpha}$

重力矩：$\vec{\tau} = \vec{r}_{cm} \times M\overline{g}$ (作用在质心)

本节课：牛顿第二定律转动形式的应用

解题步骤：

	平衡问题	非平衡问题
1) 画系统与环境的边界(确定研究的系统) 2) 画受力隔离图 (作用在系统上的力) 力方向：想象在受力点截断 $\begin{cases}\text{分离} \rightarrow \text{作用在系统上力向外} \\ \text{不分离} \rightarrow \text{作用在系统上力向内}\end{cases}$		
3) 坐标系的选择，求合外力	$\sum \overline{F}_{ext} = 0$	$\sum \overline{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm}$
4) 选择转轴(多力的作用点)，求合力矩	$\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$	$\sum \vec{\tau}_{ext} = I\alpha$

$\left.\begin{array}{l}\text{例题 } 9-7 \text{ (平衡问题)} \\ \text{例题 } 9-12 \text{ (非平衡问题)}\end{array}\right\}$ 详见教材 + 讲不看说明书故事续集

Chapter 10 Angular Momentum

$\sum \tau_z = I\alpha_z$ 定轴转动（一维情况）

$\downarrow$

更一般形式

单质点的角动量

由 $\dfrac{d\overline{p}}{dt} = \overline{F}$

$$
\begin{array}{rll}
 & \vec{r}\times\dfrac{d\vec{p}}{dt} & = \quad \vec{r}\times\vec{F} \\
+ & \dfrac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} & (=0) \\
\hline
 & \dfrac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt} & = \quad \vec{r}\times\vec{F}=\vec{\tau}
\end{array}
$$

$\vec{l}$：角动量 $\vec{r}\times\vec{p}$

$\dfrac{d\vec{l}}{dt}=\vec{\tau}$ 牛顿第二定律角动量表达形式

问题：匀速直线运动的质点是否有角动量？曲线运动的质点是否有角动量？

质点系的角动量

总角动量：$\vec{L}=\sum_{n=1}^{N}\vec{l}_n$ $\quad \dfrac{d\vec{L}}{dt}=\sum\vec{\tau}_{ext}$ (合外力矩)

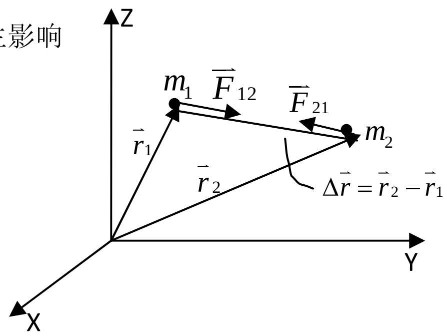
内力所产生合力矩为零，对系统总角动量变化不产生影响

证明：合内力矩＝0

$\vec{r}_1\times\vec{F}_{12}+\vec{r}_2\times\vec{F}_{21} \qquad \because \vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$

$=\left(\vec{r}_2-\vec{r}_1\right)\times\vec{F}_{21}=0$

内力方向在两质点连线方向上



$\vec{P}\sim\vec{F}$	$\dfrac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}=\vec{F}_{\parallel}+\vec{F}_{\perp}$ $\downarrow \quad \downarrow$ $\parallel\vec{p} \quad \perp\vec{p}$	$\vec{F}_{\parallel}\rightarrow$ $\vec{p}+\Delta\vec{p}_{\parallel}$ 大小变，方向不变 $\vec{F}_{\perp}\rightarrow$ $\vec{p}$ $\Delta\vec{p}_{\perp}$ 大小不变，方向变 $\vec{p}$
$\vec{L}\sim\vec{\tau}$	$\dfrac{d\vec{L}}{dt}=\vec{\tau}=\vec{\tau}_{\parallel}+\vec{\tau}_{\perp}$ $\downarrow \quad \downarrow$ $\parallel\vec{L} \quad \perp\vec{L}$	$\vec{\tau}_{\parallel}\rightarrow$ $\vec{L}+\Delta\vec{L}_{\parallel}$ 大小变，方向不变 $\vec{\tau}_{\perp}\rightarrow$ $\vec{L}$ $\Delta\vec{L}_{\perp}$ 大小不变，方向变 $\vec{L}$

力(或力矩)的平行于动量(或角动量)的分量只改变动量(或角动量)的大小，不改变方向

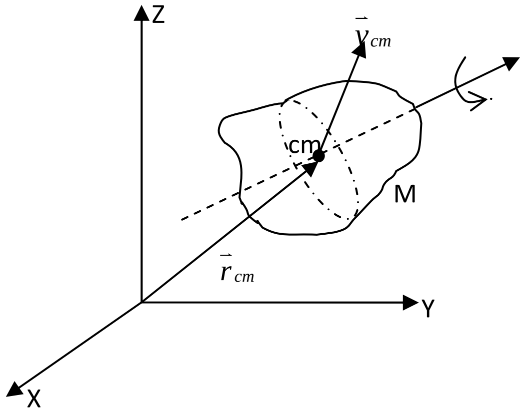
力(或力矩)的垂直于动量(或角动量)的分量只改变动量(或角动量)的方向，不改变大小

质心系或刚体相对原点的总角动量$\vec{L}$

$$\vec{L} = \vec{L}_c + \vec{r}_{cm} \times M\vec{v}_{cm}$$

$\vec{L}_c$：相对质心角动量 → 自旋角动量

$\vec{r}_{cm} \times M\vec{v}_{cm}$：总质量集中在质心，相对原点的角动量 → 轨道角动量



举例：太阳系中的行星

原子中的电子