第 5 次课 (运动的矢量表达、参照系选取、力、库仑摩擦定律) 9 月 19 日

Chapter4　Motion in Two and Three Dimensions

物理量 —— 矢量表达

位置矢量：$\vec{r}(t)=x(t)\hat{i}+y(t)\hat{j}+z(t)\hat{k}$

速度矢量：$\vec{v}(t)=v_x(t)\hat{i}+v_y(t)\hat{j}+v_z(t)\hat{k}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$

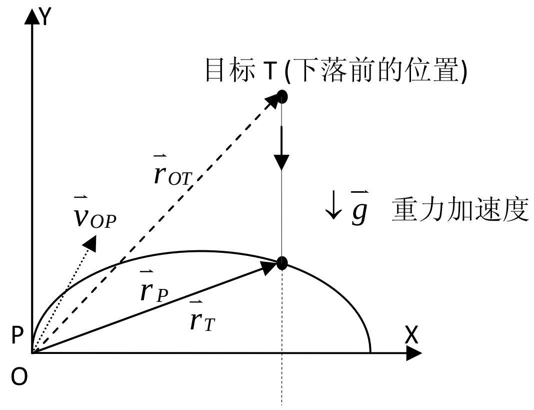
加速度矢量：$\vec{a}(t)=a_x(t)\hat{i}+a_y(t)\hat{j}+a_z(t)\hat{k}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

通常在解决一些问题时，会把矢量分解成各个分量形式，分别解决各个分量形式的问题。

但有时可以直接以矢量形式解决问题，$\vec{a}$ 为常矢量，则 $\begin{cases}\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\vec{a}t\\ \vec{r}(t)=\vec{r}_0+\vec{v}_0t+\dfrac{1}{2}\vec{a}t^2\end{cases}$

举例：

射击下落目标的瞄准问题：子弹在原点以初速度矢量 $\vec{v}_{op}$ 射击，轨迹为抛物线



子弹位置矢量 $\vec{r}_P=\vec{v}_{OP}t+\dfrac{1}{2}\vec{g}t^2$

目标的位置矢量 $\vec{r}_T=\vec{r}_{OT}+\dfrac{1}{2}\vec{g}t^2$

在某一时间子弹击中目标，则 $\vec{r}_P=\vec{r}_T$

$\vec{r}_{OT}=\vec{v}_{OP}t$ 表明 $\vec{v}_{OP}$ 与 $\vec{r}_{OT}$ 同向

即瞄准目标物射击，击中目标时间 $t=\dfrac{|\vec{r}_{OT}|}{|\vec{v}_{OP}|}$

问题：当 v_{OP} 不断减小，还会射中目标吗？

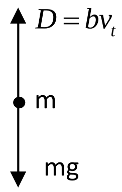
自由落体中的最终速率问题： 在媒质中（空气、水、油等）的物体会受到粘滞力 D 的作用，其方向与物体的运动方向相反，其大小与物体速度等有关。

Terminal Speed

最简单的正比关系：$v\uparrow \rightarrow D\uparrow$

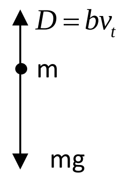
$D=bv$　　b 为比例系数

物体以最终速率 v_t 下落，作用物体上的力平衡



$$bv_t=mg \qquad v_t=\frac{mg}{b}$$

在物体达到最终速率之前，$v(t)$？



$$\underbrace{a_y=m\frac{dv_y}{dt}=mg-bv_y}$$

解微分方程，$v_y(0)=0$

$$v_y(t)=\frac{mg}{b}\left(1-e^{-\frac{bt}{m}}\right)$$

显然：$\lim\limits_{t\to\infty} v_y(t)=\frac{mg}{b}=v_T$

但实际情况中，D 还与物体的大小、形状等因素有关：$D=\frac{1}{2}c\rho Av^2$

$$v_T=\sqrt{\frac{2mg}{c\rho A}}$$

C:　系数

ρ：空气密度

A:　有效横截面

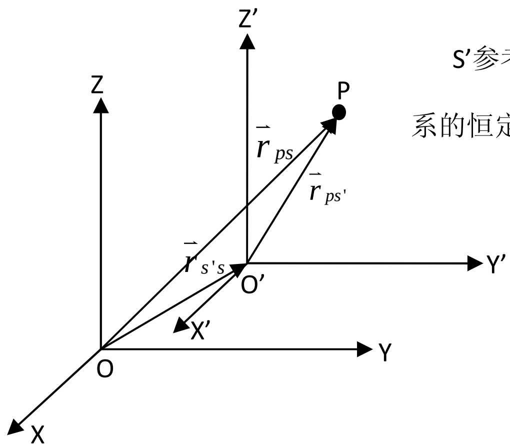
问题： 如果没有空气阻力，一个在 4000m 高空下落的雨点(1.5mm 大小)，到达地面时其最终速率为多少？实际值 $v_T=7\,m/s$

参照系选取

↓

直接影响到解决或者描述物体运动的复杂性，例如在地心系中，水星的运动轨迹

不同参照系中的相对运动



S’参考系以相对 S 参考系的恒定速度 $\vec{v}_{s's}$ 运动

	不同参考系之间
$\vec{r}_{ps}=\vec{r}_{ps'}+\vec{r}_{s's}$	位矢变化
$\vec{v}_{ps}=\vec{v}_{ps'}+\vec{v}_{s's}$	速度变化
$\vec{a}_{ps}=\vec{a}_{ps'}$	加速度不变 质量不变 力不变 惯性系之间变换保持不变的物理量：不变量 $\Downarrow$ $\vec{F}=m\vec{a}$ 牛顿第二定律 $\Downarrow$ 在任何一个惯性系中都成立

Chapter 5 Applications of Newton’s Laws

力

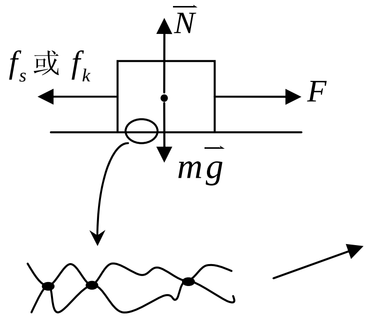
力	量级	作用范围(m)
强相互作用	1	10^{-15}
电磁相互作用	10^{-2}	∞
弱相互作用	10^{-9}	10^{-15}
万有引力	10^{-39}	∞

具体的力：1) 张力(Tension) 传递性 (在轻杆、无重量绳中)
直线性 (力的方向)

2) 法向力(Normal Force) 垂直于作用面

3) 摩擦力(Frictional Force)
- 静摩擦力 f_s
- 动摩擦力 f_k

a) 与面积无关
b) 正比于 N



$f_s = \mu_s N$

$f_k = \mu_k N$

一般情况：$\mu_k < \mu_s < 1$

实际接触点

↓

它的面积 ：表观面积$=1:10^4$

光滑表面 $\longrightarrow$ 无摩擦力　但光滑超过一定极限，$f_s \uparrow\uparrow$ 大大上升

↓

举例：光胶、硅片

Coulomb Laws:　1) $f_k \propto N$，与接触面积无关

库仑摩擦定律　2) f_k 在速度不很大的范围内，与相对速度无关

3) f_s 在零与一个最大值之间变化，视相对运动趋势的程度而定

例 5-9　$60\,mil/h = 27\,m/s \sim 100\,km/h$　汽车无滑动刹车，求刹车距离 d .

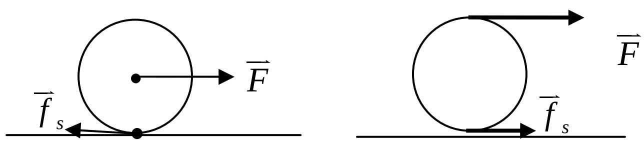
↓

求解过程详见教材

↓

$d = \dfrac{{v_0}^2}{2\mu_s g} = 62m$　与质量无关，与 ${v_0}^2$ 正比，与 μ_s 成反比

滚动中摩擦力的方向判断：想象瞬时静摩擦力突然消失，以物体相对运动方向来判断



还要具体考虑：转动惯量的大小

4) 向心力：一般是由其它力（重力，摩擦力，张力……）提供
Centripetal Force

5) 随时间变化的力：$F(t) = ma(t)$　$v(t) = v_0 + \dfrac{1}{m}\int_0^t F(t')\,dt'$