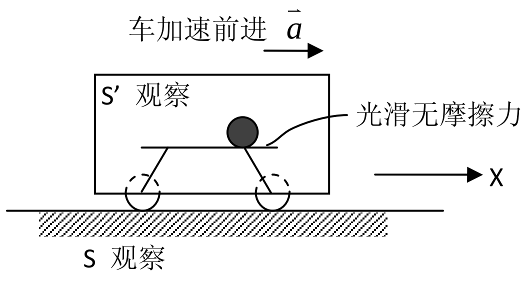
第 6 次课 (非惯性系与惯性力，动量、动量守恒) 9 月 21 日

非惯性系与惯性力

Non-inertial Frame and Pseudoforces

在一个加速（即非惯性）参照系中，牛顿定律不再成立.



固定参考系 S 中观察：小球静止不动，车以 $\vec{a}$ 加速度向前加速前进

$\Downarrow$

小球未受到水平方向的力，故静止不动

$\Uparrow$ 可以解释

牛顿定律

$\Downarrow$ 无法解释

小球未受到水平方向的力，却有 $-\vec{a}$ 的加速度

$\Uparrow$

固定在车上的参考系 S′中观察：小球以 $-\vec{a}$ 的加速度向观察者运动

在非惯性系中要使牛顿定律成立，可以假设物体受到一个惯性力 $\vec{F}'=-m\vec{a}$ 作用，$\vec{a}$ 为参照系的加速度。这样小球运动（S′系中）满足牛顿定律 $\vec{F}'=m\vec{a}'$ $\longrightarrow$ $\vec{a}'=-\vec{a}$

匀速转动的参照系：

1) 质点相对转轴距离不变
   - S 系：质点受到向心力 $F=m\dfrac{v^2}{r}$
     Centripetal Force
   - S′系：质点还受到惯性离心力 $F'=-m\dfrac{v^2}{r}$
     Centrifugal Force $\downarrow$
     平衡了向心力 $\rightarrow$ 质点相对静止

2) 质点相对转动参照系 S′运动：质点还受到科里奥利力作用

1) **质点在转动参考系中位置固定**

在质点位置有向心加速度 $a=\dfrac{v^2}{r}=r\omega^2$　ω 为角速率

$f_{惯}=-ma=-\dfrac{mv^2}{r}=-mr\omega^2$　大小与向心力一致，方向相反

在转动参考系中：$f_{惯}+f=0$，故质点在转动参照系相对静止.

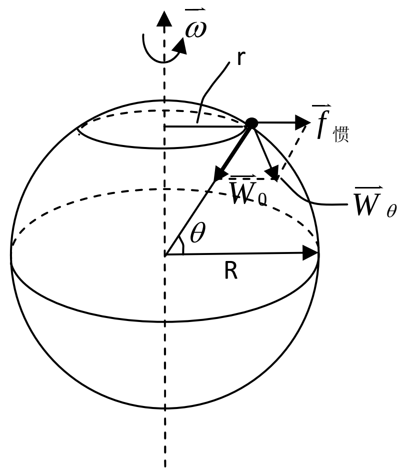
举例：重力与纬度的关系

$\overline{W}_\theta=\overline{W}_0+\overline{f}_{惯}$

$\overline{f}_{惯}=mr\omega^2=mR\omega^2\cos\theta$

$\dfrac{f_{惯}}{W_0}=\dfrac{mR\omega^2\cos\theta}{mg}\approx\dfrac{1}{289}\cos\theta$

$W_0\gg f_{惯}$

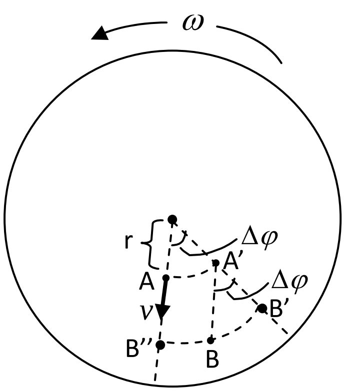


$$W_\theta\approx W_0-f_{惯}=W_0\left(1-\frac{1}{289}\cos\theta\right)\begin{cases}两极：W_\theta=W_0\\ 赤道：W_\theta=W_0\left(1-\dfrac{1}{191}\right)\end{cases}$$

考虑更实际情况

2) **质点相对转动参照系运动**

假设质点从 A 点沿径向向外以 v 速率运动



在固定参照系S中观察	初始A点：　质点径向速度$v_r = v$，切向速度$v_\varphi = r\omega$ 质点径向位移 $\overline{AB''} = \overline{A'B} = v\Delta t$ 经历Δt时间到达B点：　切向位移 $\overline{B''B} = \overline{AA'} = v_\varphi \Delta t = r\omega\Delta t$ 转盘角位移$\Delta\varphi = \omega\Delta t$
在转动参照系S'中观察	初始A点：　质点只有径向速度$v_r' = v$，切向速度$v_\varphi' = 0$ 经历Δt时间到达B'点，但实际到达了B点，故S'参照系观察到在Δt时间内从静止加速运动，其$\overline{B'B}$切向位移，设加速度为a $\overline{B'B} = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 = \overline{A'B}\cdot\Delta\varphi = v\Delta t\cdot\omega\Delta t = v\omega(\Delta t)^2$ $a = 2v\omega$ 故 $f_{科} = ma = 2mv\omega$　方向向左

科里奥利力解释：
1) 付科摆
2) 南北半球的气旋的转动方向
3) 长距离火炮的弹道修正
4) ......

$$\underbrace{\text{牛顿定律} \text{ ———— } \text{惯性系}}_{\text{遇到的问题}}$$

1) 惯性系在哪里？ 地球自转加速度 $3.4\,cm/s^2$

公转加速度 $0.6\,cm/s^2$

太阳系公转加速度 $3\times10^{-8}\,cm/s^2$

不是严格的惯性系，近似的惯性系

2) 力学方程不确定性

$\downarrow$

初始条件敏感

$\downarrow$

蝴蝶效应

a) 非线性振子

b) 气象方程

c) 逻辑斯谛映射 —— 生态模型 $x_{i+1}=\lambda x_i\left(1-x_i\right)$

i	$x_{i+1}=4x_i\left(1-x_i\right)$	
0	$x_0=0.1$	$x_0=0.10000001$
1	0.36	$0.360000\underline{32}$
2	0.9216	$0.9216000\underline{358}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
10	0.1478365599	$0.1478\underline{244449}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
52	0.6349559274	$0.\underline{0663422515}$

3) 星系中的暗物质：星系的转动所需物质 $\underbrace{90\%}_{\text{暗物质？}}$没有找到

力学新发展：混沌理论 Chaotic

无规现象中的规律性！

Chapter 6　Momentum

许多问题中力形式不清楚，如何解决这类问题，例如碰撞

碰撞特点：一定的相互作用时间Δt，其相互作用力不清楚

但Δt以后，物体间无相互作用或相互作用减弱

$$\underbrace{\text{碰撞前}\qquad\text{碰撞后}}_{\text{运动状态确定}}$$

引入新物理量：线动量　$\overline{p} = m\overline{v}$

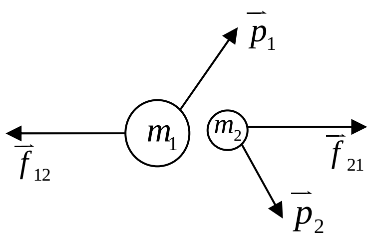
则牛顿方程：$\dfrac{d\overline{p}}{dt} = \sum \overline{F}$

碰撞发生在$t_f - t_i$时间内：$\underbrace{\int_{t_i}^{t_f} \sum \overline{F} dt}_{\text{冲量}} = \int_{\overline{p}_i}^{\overline{p}_f} d\overline{p} = \underbrace{\overline{p}_f - \overline{p}_i}_{\text{动量变化}}$　冲量—动量定理

动量守恒

两体碰撞：

无外力！



$\overline{f}_{12} = \dfrac{d\overline{p}_1}{dt}$　　$\overline{f}_{12} = -\overline{f}_{21}$

$\overline{f}_{21} = \dfrac{d\overline{p}_2}{dt}$

$$\overline{f}_{12} + \overline{f}_{21} = 0 = \frac{d\overline{p}_1}{dt} + \frac{d\overline{p}_2}{dt} = \frac{d\left(\overline{p}_1 + \overline{p}_2\right)}{dt} = \frac{d\overline{p}}{dt} = 0$$

$\overline{p} = \overline{p}_1 + \overline{p}_2$　两体系统的总动量守恒

$\overline{p}_i = \overline{p}_f$　或　$\overline{p}_{1i} + \overline{p}_{2i} = \overline{p}_{1f} + \overline{p}_{2f}$　或　$\Delta\overline{p}_1 = -\Delta\overline{p}_2$

$$\underbrace{\overline{p}_{1f} - \overline{p}_{1i} = \overline{p}_{2f} - \overline{p}_{2i}}_{\text{一个物体动量增加等于另一个物体动量的减少}}$$