

复旦大学管理学院

2007—2008 学年第一学期期末考试试卷

A 卷 B 卷

课程名称: 概率论

课程代码: 269.032.1

开课院系: 管理学院

考试形式: 闭卷

(本试卷答卷时间为 120 分钟, 答案必须写在试卷上, 做在草稿纸上无效)

————— 共 5 页 —————

姓名 _____ 学号 _____ 专业 _____ 成绩 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一 填空题 (共 30 分, 每空 3 分)

1. A, B 是两个随机事件, 且 $P(A) = 1/4$, $P(B) = 2/7$, $P(A|B) = 3/5$, 则 $P(\bar{B}|A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布, 且方差为 $\sigma^2 > 0$ 。令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则 $Cov(X_1, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 设二维随机向量 (X, Y) 服从二维正态分布 $N(0, 0, 1, 4, r)$, 若 $D(2X - Y) = 1$, 则 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 设随机变量 X 服从 $t(m)$ 分布, 则随机变量 $Y = X^2$ 服从 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分布。
5. 设随机变量 X 只取正值, 则 $E(\frac{1}{X}) \underline{\hspace{2cm}} \frac{1}{EX}$ 。
6. 设事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.6$, 则 $P(\bar{A})P(\bar{B}) - 0.6 \underline{\hspace{2cm}} 0$ 。
7. 设事件 A, B 满足: $0 < P(B) < 1$, 如果 $P(A|B) = P(A|\bar{B})$, 则事件 A 与 $B \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 设随机变量 X 服从 $B(100, 0.5)$ (即参数为 $n = 100, p = 0.5$ 的二项分布)。令 $Y = \max(X, 99)$, 则 Y 的分布函数有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个间断点。
9. 设 $\{X_n, n \geq 1\}$ 是相互独立、同分布的随机变量序列, 且 $EX_1 = 1, DX_1 = 1$ 。则 $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n X_i > \sqrt{n}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 设 X 是任意随机变量, 且其方差 DX 有限, 则 $P(|X - EX| > 3\sqrt{DX}) \leq \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二 (20 分)

袋中有 a 个白球, b 个黑球, 从中有放回地取球 n 次。

(i) 求恰好取到 $k(k \leq n)$ 个黑球的概率;

(ii) 证明在 n 次取球中恰好取到偶数个白球 (0 个算偶数个) 的概率为 $P_n = \frac{1}{2}[1 + (1 - \frac{2a}{a+b})^n]$ 。

三 (20 分)

设随机向量 \mathbb{X} 服从二元正态分布: $\mathbb{X} \sim N(0, 0, \sigma^2, \sigma^2, \rho)$, A 是一个 2×2 阶矩阵, 令 $\mathbb{Y} = A\mathbb{X}$ 。

- (i) 求随机向量 \mathbb{Y} 的分布密度;
- (ii) 给出随机向量 \mathbb{Y} 的两个分量相互独立的充分必要条件。

(装订线内不要答题)

四 (10 分) 设 X_1, X_2, X_3 是三个随机变量。试讨论: (1) X_1, X_2, X_3 两两不相关; (2) $D(a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3) = (a_1)^2DX_1 + (a_2)^2DX_2 + (a_3)^2DX_3$ 之间的关系, 其中 a_1, a_2, a_3 为三个任意常数。

五 (20 分) 设 $X_k, k = 1, 2, \dots$ 是一相互独立的随机变量序列, 且

$$P(X_k = k^s) = \frac{1}{2}, \quad P(X_k = -k^s) = \frac{1}{2}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad -\infty < s < \infty.$$

- (i) 试证当 $s < \frac{1}{2}$ 时, $\{X_k, k \geq 1\}$ 服从(弱)大数定律;
- (ii) 问 s 在什么范围内取值时, $\{X_k, k \geq 1\}$ 满足中心极限定理, 给出你认为最好的 s 的范围。

(装订线内不要答题)