第二章　条件概率与统计独立性

一、填空题

1. 一批零件共 100 件，其中 90 件次品， 10 件次品。不放回地接连抽取两次，每次一件，第二次才取得正品的概率为 ________ 。

2. 设 A, B 为相互独立的两个事件，且 $P(A \cup B) = 0.6$ ， $P(A) = 0.4$ ，则 $P(B) =$ ________ 。

3. 小李欲与小王通电话，小王的机子是分机电话，设小李接通总机的概率为 80 % ，小王分机占线的概率为 10 % ，则小李与小王通话的概率为 ________ 。

4. 某种动物由出生活到 20 岁以上的概率为 0.8 ，活到 25 岁以上的概率为 0.4 ，则现年 20 岁的这种动物活到 25 岁的概率为 ________ 。

5. 设 $A \subset B$ ， $P(A) = 0, 1, P(B) = 0.5$ ，则 $P(A|B) =$ ________ 。

6. 设 A, B 为两个事件， $P(A) = 0.5$ ， $P(AB) = 0.6$ ， $P(B|A) = 0.8$ ，则 $P(A \cup B) =$ ________ 。

7. 一名工人看管两台独立工作的机床，已知在一小时内甲、乙、丙三台机床需要工人看管的概率分别为 0.9, 0.8, 0.85 ，则在一小时内，没有机床需要看管的概率为 ________ 。

8. 某型号的电子元件能使用到 1000 小时的概率为 0.9 ，能使用到 1500 小时的概率为 0.3 。现有该型号的电子元件已使用了 1000 小时，则它能使用到 1500 小时的概率为 ________ 。

9. 设 10 件同类产品中有 4 件不合格，从中任取两件，已知所取两件产品中有一件是不合格品，则另一件也是不合格品的概率为 ________ 。

10. 三人独立地破译一密码，已知他们能单独译出的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ，则此密码被译出的概率为 ________ 。

11. 设在一次试验中，事件 A 发生的概率为 p ，现进行 n 次独立试验，则 A 至多发生一次的概率为 ________ 。

12. 在 100 个人中，有 1 人的生于元旦的概率是 ________ 。

13. 三人独立地做一项试验，试验成功的概率分别是 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ ，那么试验都失败的概率为 ________ 。

14. 在三重贝努里试验中，如果至少有一次试验成功的概率为 $\frac{37}{64}$ ，则每次试验成功的概率为 ________ 。

15. 若小汽车的车牌号为四位数，则任意遇到的一辆小汽车牌号中不含数字 5 的概率为 ________ ，不含两个 5 的概率为 ________ 。

16. 两个灯泡串联在电路中。如果当电压超过额定值时每个灯泡烧坏的概率相等且为 0.4 ，则电压超过额定值时电流中断的概率为 ________ 。

二、选择题

1. 设 A, B 为两个互斥事件，且 $P(A) > 0, P(B) > 0$ ，则下列结论中正确的是 (　)

(a) $P(A|B) = P(A)$　　　　(b) $P(B|A) = 0$

(c) $P(B|A)>0$　　(d) $P(AB)=P(A)P(B)$

2. 设 A,B 之交为不可能事件，则称 A 与 B( )

(a) 独立　　(b) 互斥

(c) 对立　　(d) 构成 Ω 的一个分割

3. 设盒子中有 10 只木质球 (其中 3 只红色，7 只蓝色) 与 6 只玻璃球 (其中 2 只红色，4 只蓝色)，从盒中任取一球，以 A 表示“取到蓝色球”，B 表示“取到玻璃球”，则 $P(B|A)=($)

(a) $\frac{3}{5}$　　(b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{4}{7}$　　(d) $\frac{4}{11}$

4. 设 $P(A)=0.8$， $P(B)=0.7$， $P(A|B)=0.8$，则下列结论中正确的是 ( )

(a) A 与 B 独立　　(b) A 与 B 互斥

(c) $B\supset A$　　(d) $P(A+B)=P(A)+P(B)$

5. 根据气象部门以往的记录，某省甲、乙两城市在七月份出现雨天的概率分别为 0.4 和 0.3，同时出现雨天的概率为 0.2，那么在七月份的某一天，当甲城出现雨天时，乙城也出现雨天的概率为 ( )

(a) 0.5　　(b) 0.7

(c) 0.6　　(d) 0.1

6. 甲袋中有 3 只白球和 5 只黑球，乙袋中有 4 只白球和 6 只黑球。从甲袋中任取一球放入乙袋，再从乙袋中取出一球放回甲袋，以 p_1 和 p_2 分别表示甲袋中白球数增加和白球数不变的概率，则 ( )

(a) $p_1>p_2$　　(b) $p_1<p_2$

(c) $p_1=p_2$　　(d) (a) 或 (c)

7. 设 $P(A)=P(B)=0.3$， $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0.7$，则 ( )

(a) A 与 B 互斥　　(b) A 与 B 相互独立

(c) A 与 B 不相互独立　　(d) A 与 B 不互斥

8. 设 $P(A)=0.3, P(A\cup B)=0.51$，当 A 与 B 相互独立时， $P(B)=($)

(a) 0.21　　(b) 0.3

(c) 0.81　　(d) 0.7

9. 已知 $P(A)=m$， $P(B)=n$， $P(C)=k$， $P(AC)=l$，且 A 与 B 相互独立， B 与 C 互不相容，则 $P(A\cup B\cup C)=($)

(a) $m+n+k$　　(b) $m+n+k-l$

(c) $m+n+k-mn-l$　　(d) $m+n+k-mn-ml$

10. 由 3 个独立工作的元件串联的电路中，每个元件发生故障的概率依次 0.3, 0.4, 0.6，则电路发生故障的概率为 ( )

(a) 0.832　　(b) 0.168

(c) 0.072　　(d) 0.76

11. 设三门高射炮击中敌机的概率分别 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，若三门炮同时射击，则敌机被击中的概率为 ( )

(a) $\frac{7}{12}$　　(b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{17}{24}$　　(d) 1

12. 甲口袋中有 9 只白球和 1 只黑球，乙口袋中有 10 只白球，每次从甲、乙两袋中随机地各取一球交换放入另一口袋中，共做两次，则黑球出现在甲袋中的概率为 ( )

(a) $\frac{9}{10}$　　(b) 0.82

(c) 0.72 (d) 0.756

三、计算、证明题

1. 从 1 到 100 中任取一个正整数，若这个数是 3 的倍数，求这个数能被 5 整除的概率。

2. 口袋中有 $2n-1$ 只白球， $2n$ 只黑球，一次取出 n 只球，发现都是同一种颜色，求它们都是黑色的概率。

3. 某医院对 400 名流感患者进行一种新药的临床试验，其中 200 人服用这种新药，另外 200 人未服用。几天后，有 210 人痊愈，其中有 190 个人是服用这种新药者，试用概率论的方法判断这种新药对治疗流感的疗效。

4. 把字母 S 、 T 、 A 、 T 、 I 、 S 、 T 、 I 、 C 、 S 分别写在一张卡片上，充分混和后重新排列，问正好得到顺序 STATISTICS 的概率是多少？

5. 若 M 件产品中包含 m 件废品，今在其中任取两件，求： (1) 取出的两件中至少有一件是废品的概率； (2) 已知取出的两件中有一件是废品的条件下，另一件也是废品的条件概率； (3) 已知两件中有一件不是废品的条件下，另一件是废品的条件概率。

6. 盒子中有 20 个同样规格的零件，其中 16 个是一等品， 4 个二等品，用不放回抽样接连取三次，每次取一个，求第三次才取到一等品的概率。

7. 设 $P(A)>0$ ，证明： $P(B|A)\geq 1-\dfrac{P(\overline{B})}{P(A)}$ 。

8. 设参加比赛的 15 名选手中有 5 名是种子选手，现将 15 人随意地分成 5 组 (每组 3 人) ，求每组各有 1 名种子选手的概率。

9. 某人忘记了电话号码的最后一个数字，于是他随意地拨号，求

(1) 他拨号不超过 3 从就接通电话的概率；

(2) 若已知最后一个数字是奇数，那么他拨号不超过 3 次就接通电话的概率又是多少？

10. 某种玻璃工艺品对温度的要求很高, 制造成功率仅为 0.15 , 试计算必须制作多少件, 才能使其中有一件合格品的概率不小于 0.9 ？

11. 某零件的加工可在下列两种工艺中选择一种。已知第一种工艺有三道工序，各道工序出现废品的概率分别为 0.01, 0.02, 0.03 ；而第二种工艺有两道工序，每道工序出现废品的概率均为 0.03 ，问应选择哪一种工艺加工零件？

12. 甲箱中装有 M 个黑球，乙箱中装有 M 个白球，从乙箱中任意取出一球放入甲箱，然后从甲箱中任取一球放入乙箱，称此为一次交换。试求经过 M 次交换后，甲箱中有 M 个白球的概率。

13. 玻璃杯成箱出售, 每箱 20 只, 假设每箱含 0, 1, 2 只残次品的概率相应为 0.8, 0.1, , 0.1 ，一顾客欲购一箱玻璃杯，在购买时，售货员随意取一箱，而顾客随机地察看 4 只，若无残次品，则买下该箱玻璃杯，否则退回。求

(1) 顾客买下该箱的概率；

(2) 在顾客买下的一箱中确实没有残次品的概率。

14. 某食品包装流水线最后一道工序是在外包装上打印日期标志，此项工作由甲、乙两人承担，他们对日期的漏打率分别是 3 %和 2 % ，已知经过两人的食品外包装件数之比为 $8:10$ ，

(1) 任意抽查一件产品，发现外包装上无日期标志的概率是多少？

(2) 这件无日期标志的产品是乙漏打的概率是多少。

15. 甲、乙两人对同一目标进行射击，命中率分别为 0.6 和 0.5 ，在下列两种情形下，分别求事件“已知目标被命中，它是甲射中”的概率。

(1) 在甲、乙两人中随机地挑选一人，由他射击一次；

(2) 甲、乙两人独立地各射击一次。

16.(Polya 模型) 箱子中装有 a 只红球和 b 只黑球，随机地取出一只，把原球放回，并加进与取出的球同颜色的球 $c(c \geq 1)$ 只。如此继续下去，证明每次随机取出一球为黑球的概率是 $\dfrac{b}{a+b}$ 。

17. 对于一个元件，它能正常工作的概率称为它的可靠性。元件组成系统，系统正常工作的概率称为系统的可靠性。现有一系统，由五个元件组成 (如图 2-1) ，如果每个元件的可靠性均为 p ，且各元件是否正常工作彼此独立。求

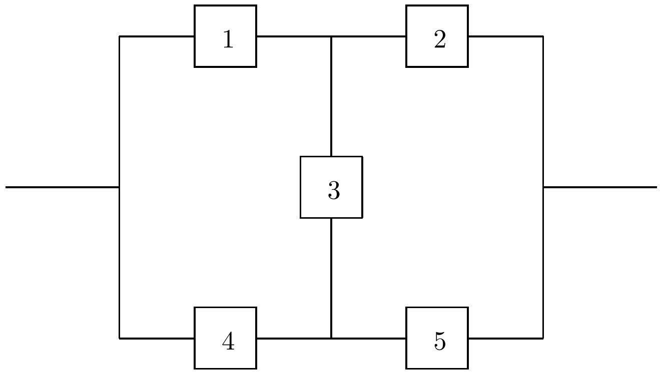

图 2-1

(1) 该系统的可靠性;

(2) 如果系统发生故障，则 3 号元件发生故障的概率。

18. 某厂生产的产品一 100 件为一批，假定每批产品中的次品最多不超过 4 件，且有如下的概率分布：

一批产品中的次品数	0	1	2	3	4
概　率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

现进行抽样检验，从每批中随机抽取 10 件进行检验，若发现其中有次品，即认为该批产品不合格。求一批产品通过检验的概率。

19. 甲、乙、丙三枚导弹同时向一敌机射击，它们击中敌机的概率分别为 0.4, 0.5 和 0.7 。如只有一弹命中，飞机被击落的概率为 0.2 ；如两弹命中，飞机被击落的概率为 0.6 ；如三弹命中，则飞机被击落的概率为 0.9 。

(1) 求飞机被击落的概率。

(2) 如已知飞机被击落，求是两弹命中的概率。

20. 为了防止意外，某公司内同时安装了两种报警装置： A 和 B 。已知每种系统单独使用时，系统 A 有效的概率为 0.92 ，系统 B 有效的概率为 0.93 ，且在系统 A 失效的情况下，系统 B 有效的概率为 0.85 ，求

(1) 在发生意外时，至少有一个报警系统有效的概率;

(2) 在系统 B 失效的情况下，系统 A 有效的概率。

21. 甲、乙两名篮球运动员，投篮的命中率分别为 0.7 和 0.6 ，每人投球三次，求

(1) 甲、乙两人进球数相等的概率;

(2) 甲比乙进球数多的概率。

22. 试证：

(1) 如果 $P(A|B) = P(A|\overline{B})$ ，则事件 A 与 B 独立;

(2) 如果 $0 < P(A), P(B) < 1$ ，且 $P(B|A) + P(\overline{B}|\overline{A}) = 1$ ，则事件 A 与 B 独立。

23. 若 A 与 B 独立，证明 $\{\Phi, A, \overline{A}, \Omega\}$ 中任何一个事件与 $\{\Phi, B, \overline{B}, \Omega\}$ 中任何一个事件是相互独立的。

24. 若 $0 < P(B) < 1$ ，试证：

(1) $P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B})$ ；

(2) $P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 1$

均为 A 与 B 相互独立的充要条件。

25. 证明：对于事件 A ， B ，关系式

$$P^2(AB) + P^2(\overline{A}B) + P^2(A\overline{B}) + P^2(\overline{A}\,\overline{B}) = \frac{1}{4}$$

成立的充要条件为

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}, \quad P(AB) = \frac{1}{4}$$

26. 如果事件 A, B, C 相互独立，证明：

(1) $A \cup B, AB, A\overline{B}$ 都分别与 C 独立；

(2) $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ 相互独立。

27. 对同一个目标进行 3 次独立的射击,第一、第二、第三次射击的命中率分别为 0.4, 0.5, 0.7 。求

(1) 在这三次射击中，恰好有一次击中目标的概率；

(2) 至少有一次击中目标的概率。

28. 假设每个人的血清中含肝炎病毒的概率为 0.004 ，且各个人的血清中是否含肝炎病毒相互独立，求 100 个人的血清混合后的血清中含肝炎病毒的概率。

29. （费勒）抽查一个家庭，考察两个事件， A ：至多有一个女孩； B ：男女孩子都有。假设男女的出生率都是 $1/2$ ，试证：对 3 个孩子之家， A 与 B 独立；而对 4 个孩子之家， A 与 B 不独立。

30. 事件 A , B , C 两两独立，$ABC = \Phi$ ，$P(A) = P(B) = P(C)$, 且已知 $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$ ，试求 $P(A)$ 。

31. 设 A ， B ， C 三事件相互独立，求证： (1) $A \cup B$ ， AB ， $A - B$ 皆与 C 独立；(2) $\overline{A}$ ， $\overline{B}$ ， $\overline{C}$ 亦相互独立。

*32. 证明：事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 相互独立的充要条件是下列 2^n 个等式成立：

$$P(\hat{A}_1\hat{A}_2\cdots\hat{A}_n) = P(\hat{A}_1)P(\hat{A}_2)\cdots P(\hat{A}_n)$$

其中 $\hat{A}_i$ 取 A_i 或 $\overline{A}_i$ 。

33. 三个工作小组独立对某个密码进行破译，如果他们成功的概率分别为 0.4 ， 0.5 ，0.7 ，试求该密码被成功破译的概率。

34. 设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 相互独立，而 $P(A_k) = p_k$ ，试求： (1) 所有事件全不发生的概率； (2) 诸事件中至少发生其一的概率； (3) 恰好发生其一的概率。

35. 当元件 K 或者元件 K_1 及 K_2 都发生故障时电路断开，元件 K 发生故障的概率等于 0.3 ，而元件 K_1 ， K_2 发生故障的概率各为 0.2 ，求电路断开的概率。

36. 说明“重复独立试验中，小概率事件必然发生”的确切意思。

37. 甲袋中有 a 只白球， b 只黑球，乙袋中有 α 只白球， β 只黑球，某人从甲袋中任取两球投入乙袋，然后在乙袋中任取两球，问最后取出的两球全为白球的概率是多少？

38. 设一个家庭中有 n 个小孩的概率为

$$p_n = \begin{cases} \alpha p^n, & n \geq 1 \\ 1 - \dfrac{\alpha p}{1-p}, & n = 0 \end{cases}$$

这里 $0<p<1$ ， $0<\alpha<\dfrac{1-p}{p}$ ，若认为生一个小孩为男孩或女孩是等可能的，求证一个家庭有 $k\,(k\geq 1)$ 个男孩的概率为 $2\alpha p^k/(2-p)^{k+1}$ 。

39. 在上题假定下：(1) 已知家庭中至少有一个男孩，求此家庭至少有两个男孩的概率；(2) 已知家庭中没有女孩，求正好有一个男孩的概率。

40. 已知产品中 96% 是合格的，现有一种简化的检查方法，它把真正的合格品确认为合格品的概率为 0.98 ，而误认废品为合格品的概率为 0.05 ，求以简化法检查下为合格品的一个产品确实是合格品的概率。

41. 炮战中，在距目标 250 米， 200 米， 150 米处射击的概率分别为 0.1 ， 0.7 ， 0.2 ，而在各该处射击时命中目标的概率分别为 0.05 ， 0.1 ， 0.2 ，现在已知目标被击毁，求击毁目标的炮弹是由距目标 250 米处射出的概率。

42. 飞机坠落在 A ， B ， C 三个区域之一，营救部门判断其概率分别为 0.7 ， 0.2 ，0.1 ；用直升机搜索这些区域，若有残骸，被发现的概率分别为 0.3 ， 0.4 ， 0.5 ，若已用直升机搜索过 A 区域及 B 区域，没有发现残骸，在这种情况下，试计算飞机坠落在 C 区域的概率。

43. 选择题有 4 个答案，只有一个是正确的。不懂的学生从中随机选择。假定一个学生懂与不懂的概率都是 1/2 ，求答对的学生对该题确实懂的概率。

44. 甲袋中有 3 只黑球， 7 只白球；乙袋中有 7 只黑球， 13 只白球；丙袋中有 12 只黑球， 8 只白球。先以 $1:2:2$ 的概率选择甲、乙、丙中的一只袋子，再从选中的袋子中先后摸出 2 球，求：(1) 先摸到的是黑球的概率； (2) 已知后摸到的是白球，求先摸到的是黑球的概率。

45. 甲，乙两人轮流射击，先击中目标者获胜。设甲，乙击中目标的概率分别为 p_1 及 p_2 ，甲先射，试求甲获胜的概率。

46. 飞机有三个不同的部分遭到射击，在第一部分被击中一弹或第二部分被击中两弹，或第三部分被击中三弹时，飞机才能被击落，其命中率与每一部分的面积成正比，设三个部分的面积的百分比为 0.1 ， 0.2 ， 0.7 ，若已击中两弹，求击落飞机的概率。

47. 某车间有 10 台各为 7.5 千瓦的机床，如果每台机床的使用情况是相互独立的，且每台机床平均每小时开动 12 分钟，问全部机床用电超过 45 千瓦的可能性有大？

48. 在伯努利试验中，若 A 出现的概率为 p ，试证出现 m 次 $\overline{A}$ 之前出现 n 次 A 的概率，即分赌注问题中甲最终取胜的概率，可由 (2.3.13) ， (2.3.14) ， (2.3.15) 中的任一式子表出，即它们是相等的。

49. 甲、乙、丙三人进行某项比赛，若三人胜每局的概率相等，比赛规定先胜三局者为整场比赛的优胜者，若甲胜了第一、三局，乙胜了第二局，问丙成为整场比赛优胜者的概率是多少？

50. 试问在下列哪种情况下赢得水平相当的对手的可能性较大？

(1) 在四局中赢三局； (2) 在八局中赢五局；（3）在四局中赢不少于三局； (2) 在八局中赢不少于五局；

51. 在贝努里试验中，事件 A 出现的概率为 p ，求在 n 次独立试验中事件 A 出现奇数次的概率。

52. 由一名射手对目标进行四次独立的射击，每次设计的命中率均为 0.3 ，如果当一次命中时目标被击落的概率为 0.6 ，至少两次命中目标时目标必被击落，求目标被击落的概率。

53. 掷硬币出现正面的概率为 p ，掷了 n 次，求下列概率：(1) 至少出现一次正面； (2) 至少出现两次正面。

54. 甲、乙均有 n 个硬币，全部掷完后分别计算掷出的正面数，试求两人掷出的正面数相等的概率。

55. 设实验室器皿中产生甲类细菌与乙类细菌的机会是相同的，若某次发现产生了 $2n$ 个细菌，求 (1) 至少有一个甲类细菌的概率； (2) 甲、乙两类细菌各占其半的概率。

56. 袋中有 10 只黑球， 10 只白球，从中将球一只只摸出，求在第 9 次摸球时摸得第 3 只黑球的概率。

57. 设有 N 个袋子，每个袋子中装有 a 只黑球， b 只白球，从第一袋中取出一球放入第二袋中，然后从第二袋中取出一球放入第三袋中，如此下去，问从最后一个袋中取出一球而为黑球的概率是多少？

58. 甲袋中有 $N-1$ 只白球和 1 只黑球，乙袋中有 N 只白球。每次从甲、乙两袋中分别取出一只球并交换放入另一袋中去。这样经过了 n 次，问黑球出现在甲袋中的概率是多少，并讨论 $n\to\infty$ 时的情况。

*59. 投硬币 n 回，第一回出正面的概率为 c ，第二回后每次出现与前一次相同表面的概率为 p ，求第 n 回时出正面的概率，并讨论 $n\to\infty$ 时的情况。

*60. 甲、乙两袋各装一只白球一只黑球，从两袋中各取出一球相交换放入另一袋中，这样进行了若干次。以 p_n ， q_n ， r_n 分别记在第 n 次交换后甲袋中将包含两只白球、一只白球一只黑球、两只黑球的概率。试导出 p_{n+1} ， q_{n+1} ， r_{n+1} 用 p_n ， q_n ， r_n 表出的关系式，利用它们求 p_{n+1} ， q_{n+1} ， r_{n+1} 的表达式，并讨论当 $n\to\infty$ 时的情况。

61.r 个人相互传球，每传一次时，传球者等可能地传给其余 $r-1$ 个人中的一个。试求经过 n 次传球后，球由最初发球这传出的概率 p_n(发球的一次算作第 0 次) 。

62. 接连掷均匀的骰子两次， A 表示“两次的点数只和为 5 ”的事件， B 表示“两次的点数只和为 7 ”的事件，求在 A 在 B 之前发生的概率。

63. 一个工厂出产的产品中废品率为 0.005 ，任意取来 1000 件，试计算下面概率： (1) 其中至少有 2 件废品； (2) 其中不超过 5 件废品； (3) 能以 90% 的概率希望废品件数不超过多少？

64. 对某工厂的产品进行重复抽样检查，共取 200 件样品，检查结果发现其中有 4 件废品，那么我们能否相信此工厂的废品率不超过 0.005 的结论？

65. 试给出泊松试验的严格表述。

66. 某厂长有 7 个顾问，假定每个顾问贡献正确意见的百分比为 0.6 ，现为某事可行与否而个别征求各顾问意见，并按多数人的意见作出决策，求作出正确决策的概率。

67. 一本 500 页的书，共有 500 个错字，每个字等可能地出现在每一页上，试求在给定的一页上至少有 3 个错字的概率。

68. 某商店中出售某种商品，据历史记录分析，每月销售量服从泊松分布，参数为 7 ，问在月初进货时要库存多少件此种商品，才能以 0.999 的概率充分满足顾客的需要。

69. 螺丝钉生产中废品率为 0.015 ，问一盒应装多少只才能保证每盒中至少有 100 只好螺丝钉的概率不小于 80%（提示：用泊松逼近，设应装 $100+k$ 只）。

70. 某疫苗中所含细菌数服从泊松分布，每 1 毫升中平均含有一个细菌，把这种疫苗放入 5 只试管中，每试管放 2 毫升，试求： (1) 5 只试管中都有细菌的概率； (2) 至少有 3 只试管中有细菌的概率。

71. 实验室器皿中产生甲、乙两类细菌的机会是相等的，且产生 k 个细菌的概率为

$$p_k=\frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda},\quad k=0,1,2,\cdots$$

试求： (1) 产生了甲类细菌但没有乙类细菌的概率； (2) 在已知产生了细菌而且没有甲类细菌的条件下，有 2 个乙类细菌的概率。

72. 若每条蚕的产卵数服从泊松分布，参数为 λ ，而每个卵变为成虫的概率为 p ，且各卵是否变为成虫彼此独立，求每蚕养活 k 只小蚕的概率。

73. 通过某交叉路口的汽车流可看作泊松过程，若在一分钟内没有车的概率为 0.2 ，求在 2 分钟内有多于一车的概率。

74. 若已知 $t=0$ 时，某分子与另一分子碰撞，又知对任何 $t \geq 0$ 和 $\Delta t > 0$ ，若不管该分子在时刻 t 以前是否遭受碰撞，在 $(t, t+\Delta t)$ 中遭到碰撞的概率等于 $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$ ，试求该分子在时刻 τ 还没有再受到碰撞的概率。

*75. 利用概率论的想法证明下面恒等式：

$$\sum_{k=0}^{N} \binom{N+k}{k} \frac{1}{2^k} = 2^N$$

76. 产品验收方案规定：在一批 20 件产品中，抽取其中 4 件，若发现 1 件或 0 件次品，则接受此批产品。如果一批 20 件产品中含有 5 件次品，若以上述方案验收，试求这批产品被接受的概率。

*77. 系统中每个元件正常工作的概率为 p，有半数元件正常则系统可工作，对什么 p 值，$2k+1$ 个元件的系统比 $2k-1$ 个元件的系统好？

*78. 通过构造适当的概率模型证明：从正整数中随机地选取两数，此两数互素的概率等于 $\frac{6}{\pi^2}$。